

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 7

Aufgabe 1:(Klausur 19.2.02, Prof. Struckmeier)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \frac{z^2 - 2z + 2}{z^4 + 4}.$$

- a) Man berechne alle Singularitäten z_k von f und klassifiziere sie.
- b) Man bestimme die Residuen von f an allen Polstellen.
- c) Die zu f gehörige und an den hebbaren Singularitäten stetig ergänzte Funktion lautet:

$$\tilde{f}(z) = \frac{1}{z^2 + 2z + 2}.$$

Man berechne die komplexe Partialbruchzerlegung von \tilde{f} .

- d) Man berechne die Laurentreihenentwicklung von \tilde{f} um $z_0 = 0$, die für $z^* = i/3$ konvergiert.
- e) Unter Verwendung des Residuenkalküls, d.h. ohne Verwendung einer Stammfunktion, berechne man

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie mit Hilfe des Residuenkalküls die folgenden Integrale.

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + 16} dx$$

b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^4 + 16} dx$$

c) (Alte Klausuraufgabe, Prof. Oberle)

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 - x}{x^{\frac{3}{2}}(x^3 - x^2 + 4x - 4)} dx$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie mit Hilfe des Residuenkalküls die folgenden Integrale.

a)

$$\int_0^\pi \frac{1}{1 + \sin^2 \varphi} d\varphi$$

b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(\omega x)}{x^2 + 4} dx \quad \omega > 0.$$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie die Fourier-Transformierten der folgenden Funktionen:

$$\text{a) } f(t) = \begin{cases} -1 & \text{für } t \in (-a, 0) \\ 1 & \text{für } t \in (0, a) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$\text{b) } f(t) = \frac{1}{4 + t^2}$$

Abgabetermin: 12.07.05

Das war Mathe IV !!!! Viel Erfolg in den Klausuren und bei Ihrem weiteren Studium!

gez. Prof. Dr. H. J. Oberle , Dr. H. P. Kiani, Dipl. Math. R. Rosendahl, Dipl. Math. M. Kabel