

**Aufgabe 1**

Gegeben sei die Abbildung  $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$  mit

$$T(z) = \frac{z - 3i}{z + 3i}.$$

- Definiert  $T$  eine Möbius-Transformation?
- Wie lautet die Umkehrabbildung?
- Bestimmen Sie das Bild der imaginären Achse.
- Bestimmen Sie das Bild des Kreises  $|z| = 3$ .
- Bestimmen Sie das Bild der reellen Achse.
- Welches ist das Bild von  $M := \{z = x + iy : |z| < 3; \operatorname{Re}(z) = x > 0\}$ . Fertigen Sie eine Skizze an.

**Aufgabe 2**

- Bestimmen und klassifizieren Sie alle Singularitäten der Funktion

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C},$$

$$f(z) = \frac{\sin(z) - z}{z^4 \left( z^2 - \frac{\pi^2}{4} \right)}.$$

- Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}.$$

- Bestimmen und klassifizieren Sie alle Singularitäten der Funktion  $f$ .
- Berechnen Sie die Residuen der Funktion  $f$  in allen Polstellen.
- Bestimmen Sie zum Entwicklungspunkt  $z_0 = 2$ , diejenige Laurentreihe von  $f$ , die in  $z^* = 3$  gegen  $f(3)$  konvergiert.