

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit

$$T(z) = \frac{2(1+i)z}{z-1-i}.$$

- a) Man überprüfe, ob es sich bei T um eine Möbiustransformation handelt.
- b) Man berechne alle Fixpunkte von T in kartesischer und Polardarstellung.
- c) Man bestimme das Bild der Winkelhalbierenden $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$.
- d) Worauf wird die Halbebene oberhalb der Winkelhalbierenden abgebildet?
- e) Man berechne die Umkehrabbildung von T .

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit

$$f(z) = \frac{z+25}{z^2+z-12}.$$

- a) Für f berechne und klassifiziere man alle Singularitäten z_k .
- b) Man bestimme die Residuen von f an den Stellen z_k .
- c) Man berechne $\oint_{|z|=\pi} f(z) dz$.
- d) Mit Hilfe der Laurentreihenentwicklung berechne man die komplexe Partialbruchzerlegung von f .
- e) Man löse die Anfangswertaufgabe

$$y'' + y' - 12y = 0 \quad \text{mit} \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 24$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation .