

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 5

#### Aufgabe 17:

- a) Berechnen Sie das Integral  $\int_c (1 + z^2) dz$  entlang des geradlinigen Weges von  $-(1 + i)$  nach  $1 + i$  direkt und mit Hilfe einer Stammfunktion.
- b) Berechnen Sie das Integral  $\int_c z \sin z dz$  für  $c(t) = it$  mit  $0 \leq t \leq 1$  direkt und mit Hilfe einer Stammfunktion.

**Aufgabe 18:** Mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel berechne man folgende Integrale:

$$\begin{array}{ll} a) \oint_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z+1)(z-1)^3} & b) \oint_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} dz \\ c) \oint_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^2 + \pi^2} & d) \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{\exp(1-z)}{z^3(1-z)} dz \end{array}$$

#### Aufgabe 19:

- a) Man berechne die Laurent-Reihe zu  $f(z) = \frac{3}{(z+1)(z-2)}$  für  $1 \leq |z| \leq 2$ .
- b) Zur Funktion  $f(z) = \frac{1}{z^2 - iz}$  gebe man diejenige Laurent-Reihe um den Entwicklungspunkt  $z_0 = -i$  an, die für  $z = \frac{1}{2}$  konvergiert.

**Aufgabe 20:** Für die Funktionen

$$\begin{array}{ll} a) f(z) = \frac{z}{z^4 - 1} & b) f(z) = \frac{\cos(z) - 1}{z} \\ c) f(z) = \frac{1}{\cos z} & d) f(z) = \frac{z^4 + 18z^2 + 9}{4z(z^2 + 9)} \end{array}$$

bestimme man Lage und Art der Singularitäten (soweit diese im Endlichen liegen).

**Abgabetermin: 18./19.6.2001**