

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9: Überprüfen Sie, welche der folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind:

- a) $f(z) = z \exp z$
- b) $f(z) = \operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z)$
- c) $f(z) = z^2 |z|$
- d) $f(z) = \frac{\sin z}{|z|^2 + 1}$

Aufgabe 10: Zeigen Sie mit Hilfe der Cauchy–Riemannschen Differentialgleichungen: Ist f holomorph auf D und gilt eine der folgenden Bedingungen

$$1) \operatorname{Re}(f) = \text{const} \quad 2) \operatorname{Im}(f) = \text{const} \quad 3) |f| = \text{const}$$

dann ist $f = \text{const}$.

Aufgabe 11: In welche Kurven der w -Ebene gehen die Koordinatenachsen der z -Ebene unter der Abbildung $w = e^z$ über? Überprüfen Sie die Erhaltung des Winkels und der (lokalen) Längenverhältnisse im Nullpunkt.

Aufgabe 12: Nichtturbulente Strömung über eine Mauer:

- 1) Man bestätige, dass $w = \sqrt{z^2 + 1}$ die zwischen $z = 0$ und $z = i$ geschlitzte obere Halbebene auf den Bereich $\operatorname{Im} w > 0$ abbildet.
(Abbildungsschritte: $z \rightarrow z^2 \rightarrow z^2 + 1 \rightarrow \sqrt{z^2 + 1}$)
- 2) Wie ist der Schritt für die Wurzel zu legen?
- 3) Wie lautet die Umkehrabbildung?
- 4) Man gebe eine Parameterdarstellung der Stromlinien $\operatorname{Im} w = \text{const}$ an.

Abgabetermin: 15.5.2001