

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 3

#### Aufgabe 1:

Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$41u_{xx} - 24u_{xy} + 34u_{yy} + 2u_x + 3u_y = \sin(x + y)$$

auf ihre Normalform und bestimmen Sie den Typ der Differentialgleichung.

#### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Typen folgender Differentialgleichungen in jedem Punkt der  $x-y$ -Ebene.

- a)  $u_{xx} + xy u_{xy} + y u_x - x u_y = 0$
- b)  $(2x^2 - 1) u_{xx} - 4xy u_{xy} + (2y^2 - 1) u_{yy} + x u_x = \cos(x)$

#### Aufgabe 3:

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$u_{xx} + 4u_{xt} - 5u_{tt} = 0 \quad x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+$$

$$u(x, 0) = \sin(x) \quad u_t(x, 0) = 0 \quad x \in \mathbb{R}$$

- a) Transformieren Sie die Differentialgleichung zunächst auf die integrierbare Normalform (vgl. 3.13 Vorlesung)
- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der transformierten Differentialgleichung.
- c) Führen Sie die Rücktransformation durch und lösen Sie die Anfangswertaufgabe.

#### Aufgabe 4:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$4x^2 u_{xx} + 4xy u_{xy} + y^2 u_{yy} + 2x u_x = 0 \quad x, y \in \mathbb{R}^+$$

- a) Bestimmen Sie den Typ der Differentialgleichung.
- b) Transformieren Sie die Differentialgleichung auf Normalform.
- c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung  $u(x, y)$ .