Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2005**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1:
Lösen Sie die folgenden Aufgaben

a)

$$\begin{aligned} u_t + (x+1)u_x &= 0 \qquad x \in \mathbb{R},\ t > 0, \\ u(x,0) &= g(x) \qquad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} xu_x + \frac{y}{2}u_y &= u \qquad x, y \in \mathbb{R},\ x, y > 0, \\ u(1,y) &= 1 + y^2 \qquad y > 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 2: (Aus Preuß/Kirchner: Partielle Differentialgleichungen, Mathematik in Beispielen)
Man bestimme diejenige Lösung $u = u(x,y)$ der partiellen Differentialgleichung

$$u_x - 2xyu_y = u^2,$$

die die Anfangskurve $c_0(t) = (1, t, t)$ enthält.

Aufgabe 3:
Man ermittle die Lösung $u(x,t)$ der folgenden Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t + 2u_x + u &= 0, \qquad x, t \geq 0 \\ u(x,0) &= 0 \qquad (x \geq 0) \\ u(0,t) &= t^2 \qquad (t \geq 0) \end{aligned}$$

a) mittels Laplace–Transformation bzgl. der Variablen t. Bei der Transformation ist x als Parameter aufzufassen. Im Bildraum ist eine Anfangswertaufgabe bzgl. einer gewöhnlichen Differentialgleichung in x zu lösen.

b) mittels der Charakteristikenmethode. Man bestimme dazu jeweils die Lösung zur Anfangsbedingung $u(x,0) = 0$, $(\forall x)$ bzw. $u(0,t) = t^2$, $(\forall t)$ und setze diese Lösungen glatt zusammen.

Aufgabe 4:

a) Zeigen Sie, dass durch

$$u(x,t) \;=\; f(x+2t) \;+\; g(x-2t)$$

mit beliebigen C^2 Funktionen f und g eine Lösung der Wellengleichung

$$u_{tt} \;=\; 4u_{xx}$$

gegeben ist.

b) Berechnen Sie die Lösung der obigen Wellengleichung zu den Anfangsdaten

$$\begin{aligned} u(x,0) \;&=\; 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\left(1+\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right) \\ u_t(x,0) \;&=\; 2\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right) - \cos(x)\right) \end{aligned}$$

Abgabetermin: 19.4.2005