

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21: Man bestimme partikuläre Lösungen der Potentialgleichung

$$\Delta u(x, y, z) = 0$$

durch Produktansatz. Wie sehen diese Lösungen aus in Abhängigkeit von der Wahl der Separationskonstanten?

Aufgabe 22: Man finde partikuläre Lösungen der Differentialgleichung

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_y = 0, \quad u = u(x, y)$$

mit Hilfe eines Produktansatzes.

Aufgabe 23: Man löse die Aufgabe

$$\begin{aligned} \Delta u &= -1, & 0 < x < a, & \quad 0 < y < b, \\ u(0, y) &= 0, & u(a, y) &= 0, & \quad 0 \leq y \leq b, \\ u(x, 0) &= 0, & u(x, b) &= 0, & \quad 0 \leq x \leq a. \end{aligned}$$

Hinweise:

- a) Bestimme eine partikuläre Lösung von $\Delta u = -1$ in der Gestalt

$$u_1 = \alpha x + \beta x^2, \quad \alpha \neq 0.$$

- b) Setze $u = u_H + u_1$, wo $\Delta u_H = 0$.
c) Welche Randbedingungen ergeben sich daraus für u_H ? (geschickte Wahl von α !).
d) Löse die entstehende Aufgabe für u_H .

Aufgabe 24: Man leite eine linksseitige Differenzenapproximation für $u''(x_j)$ her von 2. Ordnung.

Hinweis: Taylorentwicklungen an den Nachbarpunkten x_{j-1}, x_{j-2}, \dots

Wieviele Nachbarpunkte werden benötigt, damit man eine Approximation 2. Ordnung erhält?

Abgabetermin: 6.7.04