Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} && x \in \mathbb{R},\ t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x,0) &= -\frac{3}{2}e^x && x \in \mathbb{R}, \\ u_t(x,0) &= 3e^{-2x} && x \in \mathbb{R}\cdot \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Fourier–Methode die Lösung der folgenden Anfangsrandwertaufgabe.

$$\begin{aligned} u_{tt} &= u_{xx} && 0 < x < \frac{\pi}{2},\ t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x,0) &= 1 && 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ u_t(x,0) &= 2\sin(4x) && 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ u(\frac{\pi}{2},t) &= u(0,t) = 0 && t > 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie für $t > 0$ eine Entropielösung der Burger's Gleichung

$$u_t + uu_x = 0$$

mit den Anfangsdaten

$$u(x,0) = \begin{cases} 1 & x \le -1, \\ 0 & -1 < x \le 1, \\ -2 & 1 < x. \end{cases}$$

b) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} xu_x + (y+1)u_y &= u + 2, \qquad x, y \in \mathbb{R}^+, \\ u(x,1) &= 0. \end{aligned}$$