

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$u_x + y^2 u_y = u^2; \quad x, y > 0.$$

Man bestimme die allgemeine Lösung $u(x, y)$ und diejenige, die die Anfangsbedingung $u(x, 1) = 1$ erfüllt.

Aufgabe 2:

Für die folgende Anfangsrandwertaufgabe der Wärmeleitungsgleichung berechne man die Lösung

$$\begin{aligned} u_t &= 3u_{xx} \quad \text{für } 0 < x < \pi, \quad 0 < t, \\ u(0, t) &= 1, \quad u(\pi, t) = -1 \quad \text{für } 0 \leq t, \\ u(x, 0) &= \cos x \quad \text{für } 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$

Hinweis: Es darf die sich aus dem Produktansatz ergebende Lösungsdarstellung verwendet werden.