Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2001**
Prof. Dr. W. Hofmann

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 1: Man bestimme partikuäre Lösungen der Potentialgleichung

$$\Delta u(x, y, z) = 0$$

durch Produktansatz. Wie sehen diese Lösungen aus in Abhängigkeit von der Wahl der Separationskonstanten?

Aufgabe 2: Man finde partikuläre Lösungen der Differentialgleichung

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_y = 0, \quad u = u(x, y)$$

mit Hilfe eines Produktansatzes.

Aufgabe 3: Man löse die Aufgabe

$$\begin{aligned} \Delta u = -1, \quad & 0 < x < a, \quad 0 < y < b, \\ u(0, y) = 0, \quad u(a, y) = 0, \quad & 0 \le y \le b, \\ u(x, 0) = 0, \quad u(x, b) = 0, \quad & 0 \le x \le a. \end{aligned}$$

Hinweise:

a) Bestimme eine partikuläre Lösung von $\Delta u = -1$ in der Gestalt

$$u_1 = \alpha x + \beta x^2, \quad \alpha \neq 0.$$

b) Setze $u = u_H + u_1$, wo $\Delta u_H = 0$.

c) Welche Randbedingungen ergeben sich daraus für u_H? (geschickte Wahl von α!).

d) Löse die entstehende Aufgabe für u_H (Produktansatz mit Separationskonstante $-\beta^2$, keine Konstanten verschenken).

Aufgabe 4: Man leite eine linksseitige Differenzenapproximation für $u''(x_j)$ her von 2. Ordnung.
Hinweis: Taylorentwicklungen an den Nachbarpunkten $x_{j-1}, x_{j-2}, \ldots$.
Wieviele Nachbarpunkte werden benötigt, damit man eine Approximation 2. Ordnung erhält?

Abgabetermin: 9.7. + 10.7.