

Aufgabe 1)

Bitte bewerten Sie folgende Aussagen. Tragen Sie in die zugehörigen Kästchen die Buchstaben „w“ (für wahr) oder „f“ für falsch ein. Für jede richtig bewertete Aussage erhalten Sie einen Punkt. Für jede falsch bewertete Aussage wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Nicht bewertete Aussagen gehen nicht in die Wertung ein.

a) Die Differentialgleichung $2t + \frac{t^2 + 1}{y} y' = 0, \quad y \neq 0$

hat keinen integrierenden Faktor der Form $m(t)$.

hat keinen integrierenden Faktor der Form $m(y)$.

Die Differentialgleichung kann durch elementare Operationen (Addition, Multiplikation, etc.) in eine äquivalente separierbare Differentialgleichung überführt werden.

Die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe

$$2t + \frac{t^2 + 1}{y} y' = 0, \quad y \neq 0, \quad y(0) = 2,$$

nimmt an der Stelle $t = 1$ den Wert $y(1) = 1$ an.

Die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe

$$2t + \frac{t^2 + 1}{y} y' = 0, \quad y \neq 0, \quad y(0) = 1,$$

nimmt an der Stelle $t = 1$ den Wert $y(1) = 0.5$ an.

b) Die Substitution $u = \frac{y}{t}$ führt die Differentialgleichung

$$y' = \frac{t^3 + y^3}{ty^2}, \quad t, y \neq 0,$$

über in die Differentialgleichung

$$u' = \frac{1}{u^2 t}, \quad t, u \neq 0.$$

$$u' = \frac{1 + u^3}{u^2}, \quad t, u \neq 0.$$

- c) Mit Hilfe der folgenden Matlab Befehle soll eine Näherung für die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y''(t) + y(t) = \cos(t), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$$

für $t \in [0, 1]$ berechnet und geplottet werden.

```
function klausur
```

```
tspan=[0 1];
y0=[2; 0];
[t,y] = ode45(@AWA,tspan,y0);
plot(t,y(:,1))
```

Schreiben Sie das noch fehlende Unterprogramm zur Auswertung der rechten Seite der Differentialgleichung.

Aufgabe 2) Gegeben sei die Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} y_1'(t) &= \frac{1}{2} y_1(t) - \frac{1}{2} y_2(t) + g(t), \\ y_2'(t) &= y_1(t) - \frac{1}{2} y_2(t) + h(t), \\ y_2(0) - 2y_1(0) &= d_1, \quad y_2(\pi) - y_1(\pi) = d_2, \end{aligned}$$

mit stetigen Funktionen g und h und reellen Zahlen d_1 und d_2 .

- Formulieren Sie die Randwertaufgabe in Matrixschreibweise.
- Bestimmen Sie eine reelle Darstellung der allgemeinen Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems.
- Zeigen Sie, dass die Randwertaufgabe für beliebige stetige Funktionen g und h eindeutig lösbar ist.
- Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen Differentialgleichungssystems für den Fall, dass

$$g(t) = 0, \quad \text{und} \quad h(t) = 1$$

gelten.

Hinweis : Die Verwendung eines speziellen Ansatzes ist ratsam!