

## Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 2

**Aufgabe 5:** Bitte bewerten Sie folgende Aussagen. Tragen Sie in die zugehörigen Kästchen die Buchstaben „w“ (für wahr) oder „f“ für falsch ein. Für jede richtig bewertete Aussage erhalten Sie einen Punkt. Für jede falsch bewertete Aussage wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Nicht bewertete Aussagen gehen nicht in die Wertung ein.

a) Die folgende Differentialgleichung ist exakt:

$xy^2(x+y)(2x+y) + x^2y(x+y)(x+2y)y' = 0,$

$2t(y^2 - t^2 - 1) + 2yy' = 0,$

$\frac{1}{xy^2} + \frac{1-2(\ln x + \ln y)}{y^3}y' = 0,$

$y\left(\sqrt{x^2 + y^2} + y'\right) + x\left(1 + y'\sqrt{x^2 + y^2}\right) = 0,$

$y + y' = 0.$

b)  Die Differentialgleichung aus a)ii) hat einen integrierenden Faktor der Form  $m(t)$ .

Die Differentialgleichung aus a)iv) hat einen integrierenden Faktor der Form  $m(y)$ .

c) Die Differentialgleichung  $y''y' = 4x$  kann auf eine

exakte Differentialgleichung erster Ordnung zurückgeführt werden.

separierbare Differentialgleichung erster Ordnung zurückgeführt werden.

Die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit  $y(1) = 0, y'(1) = 2$  nimmt an der Stelle  $x = 0$  den Wert  $y(0) = -1$  an.

### Aufgabe 6:

[Klausur 2005/Prof. Oberle] Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung mit Hilfe eines integrierenden Faktors

$$2t^2 + 2ty^2 + 1 + 2yy' = 0.$$

**Hinweis:** Das gesuchte Potential hat die Gestalt  $\Phi(t, y) = (p(t) + q(y))e^{t^2}$ ,  $p, q$  Polynome.

**Aufgabe 7:**

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$x + y\sqrt{x^2 + y^2} + \left(y + x\sqrt{x^2 + y^2}\right) y' = 0.$$

- Leiten Sie eine implizite Darstellung  $\Phi(x, y) = K$  der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung her.
- Plotten Sie die Lösungen für verschiedene Werte von  $K$  im Bereich  $x, y \in [-3, 3]$  mit Hilfe des Matlab Befehls *contour*.
- Bestimmen Sie  $K$  für die zugehörige Anfangswertaufgabe mit  $y(0) = 0.8$ . Plotten Sie die Lösung, und berechnen Sie einen Näherungswert für  $y(0.25)$  mit *ode45*.
- Sei nun  $y(0) = 0.2$ . Versuchen Sie die Aufgabe näherungsweise mit *ode45* für  $x \in [0, 0.25]$  zu lösen. Plotten Sie die Näherungslösung von Matlab. Was geht da schief? Versuchen Sie es mit *ode15s*, und achten Sie auf die Fehlermeldung. Können Sie jetzt erklären, warum die Programme nicht zum Ziel führen?

**Aufgabe 8:**

- Bestimmen Sie analytisch eine Lösung  $y : [0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  der Anfangswertaufgabe

$$y''(t) = y'(t)(y(t) + 1), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

- Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen  $u = u(r)$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  der folgenden Poissongleichung im  $\mathbb{R}^2$

$$\Delta u = 1$$

- Bestimmen Sie die stationäre und radialsymmetrische Temperaturverteilung in einer homogenen Kreisscheibe mit Innenradius  $r_i = 1$ , Außenradius  $r_a = 2$ , Innentemperatur  $T_i = 20$  und Außentemperatur  $T_a = 15$ .

**Abgabetermine:** 20.11-24.11.2006