

## Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 5

#### Aufgabe 17:

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$y''' + 9y'' + 27y' + 27y = h(t) := e^{-3t}4t^2$$

- mittels eines speziellen Ansatzes,
- mit dem Verfahren Variation der Konstanten,
- mit der Methode der Greenschen Funktion.

#### Aufgabe 18:

Bestimmen Sie alle stationären Punkte des folgenden Differentialgleichungssystems und untersuchen Sie diese auf Stabilität:

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1(4 - y_1 - y_2) \\ y_2' &= y_2(-2 + y_1 - y_2).\end{aligned}$$

#### Aufgabe 19:

Untersuchen Sie die stationären Punkte der folgenden Differentialgleichungssysteme auf Stabilität unter Verwendung der Stabilitätssätze III und IV.

**Tipp:** Bestimmen Sie jeweils eine Ljapunov-Funktion der Form  $V(y, z) = ay^2 + bz^2$ .

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y' = -yz^2 + y^3 & \text{b) } y' = -yz^2 - y^3 \\ z' = zy^2 + z^3 & z' = zy^2 - z^3 \end{array}$$

#### Aufgabe 20:

Gegeben sei das Randwertproblem

$$\begin{array}{ll} \dot{y}_1 = 7y_1 + 4y_3, & y_1(0) - y_1(b) = 5, \\ \dot{y}_2 = 8y_1 + 3y_2 + 8y_3, & y_2(0) + 2y_2(b) = 1, \\ \dot{y}_3 = -8y_1 - 5y_3, & y_3(0) - y_3(b) = 2. \end{array}$$

- Geben Sie die Aufgabe in Matrixschreibweise an und bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems.
- Bestimmen Sie alle  $b \in \mathbb{R}$ , für die die Randwertaufgabe eindeutig lösbar ist. Geben Sie im Falle der nichteindeutigen Lösbarkeit alle Lösungen an!

**Abgabetermin:** 12.01.-16.01.2004 (zu Beginn der Übung)