

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Bitte berechnen Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$x'' + 6x' + 13x = e^{-3t} \cos(2t) + e^{2t}$$

- a) mit dem Grundlösungsverfahren,
- b) mit dem Superpositionsprinzip durch geeignete Ansätze.

Aufgabe 18:

Lösen Sie bitte die folgenden Differentialgleichungen.

- a) $x'' + 2x' + x = 6te^{-t}$
- b) $x''' - 3x' - 2x = 2 \cosh(2t)$
- c) $x^{(4)} + 2x'' + x = t \cos t$

Aufgabe 19:

Untersuchen Sie die Gleichgewichtspunkte der folgenden Differentialgleichungssysteme auf Stabilität und bestimmen Sie die Art des Gleichgewichtspunktes. Skizzieren Sie das Phasenporträt. Für welche Anfangsvektoren \mathbf{u} mit $\mathbf{x}(0) = \mathbf{u}$ gilt $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = 0$?

- a) $\dot{x}_1 = -1.5x_2, \quad \dot{x}_2 + 2x_2 = -2x_1$
- b) $\dot{x}_1 = -x_1 - x_2, \quad \dot{x}_2 = 8x_1 + 3x_2$
- c) $\dot{x}_1 = -2x_1 + 2, \quad \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 + 3$

Aufgabe 20:

Schreiben Sie die Differentialgleichung $x''' = -2x'' + x' + 2x$ als System erster Ordnung und untersuchen Sie den Gleichgewichtspunkt auf Stabilität. Zeichnen Sie ein qualitatives Phasenporträt.

Abgabetermin: 18.12.-22.12.