

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Man bestimme für die folgenden implizit definierten Kurven die regulären Punkte mit vertikaler Tangente, die Symmetrien, klassifiziere die singulären Punkte und zeichne die Kurven.

- a) $f(x, y) := (x^2 + y^2)^2 - x^3 = 0$ „Ovoid“
b) $g(x, y) := x^3 + 3(x + 1)(y^2 - xy) = 0$ „defekte Hyperbel“

Aufgabe 14:

Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y, z) := y \sin(x) \ln(1 + z^2) + xz .$$

- a) Man prüfe, ob die Lösungsmenge der Gleichung $f(x, y, z) = 0$ lokal beim Punkt $(1, 1, 0)$ eine glatte Fläche im \mathbb{R}^3 ist.
b) Man bestimme gegebenenfalls, welche der Komponenten x, y, z sich durch die anderen beiden ausdrücken läßt, und
c) löse die Gleichung lokal bei $(1, 1, 0)$ explizit nach dieser Komponente auf.
d) Man ermittle weiterhin den Tangentialraum der Fläche im Punkt $(1, 1, 0)$.

Aufgabe 15:

Für die folgenden Funktionen auf den angegebenen Kurven

a) $f(x, y) := \cos(\pi(x + 1)y)$ auf $\{(x, y) \mid xy = 1\}$

b) $f(x, y) := x^2 + y^2$ auf $\{(x, y) \mid x^2 + 4y^2 = 4\}$

bestimme man die Kandidaten für Extrema einerseits mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorregel und andererseits direkt durch Parametrisierung $\mathbf{c}(t)$ der Kurve und anschließendes Ableiten von $(f \circ \mathbf{c})(t)$. Anschließend gebe man an, welche der Extremalkandidaten Maxima und welche Minima sind.

Aufgabe 16:

Für die Funktion $f(x, y, z) := 3y^2 - 2z$ bestimme und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit dem Hyperboloid $x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$.

Abgabetermin: 12.12. - 16.12. (zu Beginn der Übung)