

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Berechnen Sie den Flächeninhalt und den Schwerpunkt des von dem Kreis $(x-1)^2 + y^2 = 1$ und der Geraden $y = x$ eingeschlossenen oberen Flächenstücks. Dabei werde eine homogene Massenverteilung mit der Dichte $\rho = 1$ angenommen.

Aufgabe 22:

- $T \subset \mathbb{R}^3$ bezeichne das Tetraeder mit den Ecken $\mathbf{0}$, \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 und \mathbf{e}_3 . Berechnen Sie das Trägheitsmoment von T bezüglich der z -Achse bei homogener Massenverteilung.
- Berechnen Sie das Trägheitsmoment einer homogenen Kugelschale bezüglich einer durch den Kugelmittelpunkt verlaufenden Drehachse. Verwenden Sie hierzu Kugelkoordinaten.

Aufgabe 23:

Berechnen Sie das Volumen des folgenden von hyperbolischen Zylindern begrenzten Körpers

$$K = \{(x, y, z)^T : x, y, z > 0, 1 \leq xy \leq 9, 4 \leq xz \leq 36, 25 \leq yz \leq 49\}.$$

Verwenden Sie dazu den Transformationssatz mit $u := xy$, $v := xz$ und $w := yz$. Überprüfen Sie insbesondere auch alle Voraussetzungen des Transformationssatzes.

Aufgabe 24:

Gegeben sei das Rotationsellipsoid $E = \{(x, y, z)^T : x^2 + y^2 + z^2/4 \leq 1\}$. Berechnen Sie das Volumenintegral

$$\int_E (3z^2 - x^2 - y^2) d(x, y, z).$$

einmal unter Verwendung von Zylinderkoordinaten und zum Andern unter Verwendung „elliptischer Kugelkoordinaten“.

Abgabetermine: 17. 1. – 21. 1. 2005 vor der Übung.