Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WS 2003/04**
Prof. Dr. W. Hofmann
Dr. K. Rothe
Sven Schopka

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Berechnen Sie die Kurvenintegrale (2. Art)

a) für das Vektorfeld $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \dfrac{1}{x^2+y^2}\begin{pmatrix}-y\\ x\\ z\end{pmatrix}$ längs $\boldsymbol{c}(t) = (\cos t, \sin t, t)^T$, $0 \le t \le 2\pi$,

b) für $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} yz+x \\ xz \\ xy \end{pmatrix}$ längs der Gerade vom Ursprung zu $P = (1,1,1)$.

Aufgabe 22:

Besitzt $\boldsymbol{f}$ ein Potential? Falls ja, geben Sie eines an. Berechnen Sie $\oint_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}\, dx$ längs des Einheitskreises $\boldsymbol{c}$ in der xy-Ebene, falls möglich!

a) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} yz\ \sin(xyz) \\ xz\ \sin(xyz) \\ xy\ \sin(xyz) \end{pmatrix}$

b) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{y} - \frac{z}{x^2} \\ \frac{1}{z} - \frac{x}{y^2} \\ \frac{1}{x} - \frac{y}{z^2} \end{pmatrix}$

c) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} \\ \frac{1}{z} \end{pmatrix}$

d) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ xyz \end{pmatrix}$

Aufgabe 23:

Man berechne den Schwerpunkt von M bei homogener Dichte:

a) $M = \left\{ (x,y,z) \;\middle|\; z \geq 0 \;\wedge\; x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 1 \right\}$

b) $M = \left\{ (x,y) \;\middle|\; 0 \leq x \leq 2 \;\wedge\; 0 \leq y \leq \cos \frac{\pi}{4} x \right\}$

Aufgabe 24:

Berechne mit Hilfe des Transformationssatzes:

a) Fläche der Ellipse

$$E = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right\}$$

b) Integriere $\boldsymbol{f}(x,y,z) := \frac{x}{x^2+y^2+z^2}$ über die Einheitskugel und über das im positiven Quadranten $x, y, z \geq 0$ liegende Viertel der Einheitskugel!

Abgabetermin: 19.01.-23.01.2004 (zu Beginn der Übung)