Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WS 2003/04**
Prof. Dr. W. Hofmann
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Zur Bestimmung des Minimums der Funktion

$$z = f(x, y) := x^2 + 2y^2 - 0.1\cos(x + y) - 3x + 2y$$

soll das Newton-Verfahren auf die Funktion $\boldsymbol{F}(x, y) = \nabla f(x, y)$ angewendet werden.

a) Man berechne $\boldsymbol{F}(x, y)$ und die Jacobi-Matrix $\boldsymbol{JF}(x, y)$.

b) Man stelle das Newton-Verfahren auf und führe den ersten Iterationsschritt per Hand durch mit dem Startvektor $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

c) Man führe die Iteration numerisch durch und berechne damit die Lösung auf zehn Stellen genau.

d) Man klassifiziere den berechneten stationären Punkt.

Aufgabe 18:

Mit $Q := [0, 2] \times [0, 1]$ berechne man für die Funktion

$$f : Q \to \mathbb{R}\,, \quad f(x, y) = 2 - x$$

a) Riemannsche Unter- und Obersumme zu folgender Zerlegung Z von Q

$$Q_{i,j} = [2(i-1)/n, 2i/n] \times [(j-1)/n, j/n]\,,\ i, j = 1, \ldots, n$$

b) und das Integral von f über Q nach dem Satz von Fubini.

Aufgabe 19:
Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^1 x^2 - 3y + 1 \, dx \, dy$ und $\displaystyle\int_0^1 \int_0^2 x^2 - 3y + 1 \, dy \, dx$,

b) $\displaystyle\int_2^3 \int_0^1 \frac{y - x - 2}{xy - x + y - 1} \, dx \, dy$ und $\displaystyle\int_0^1 \int_2^3 \frac{y - x - 2}{xy - x + y - 1} \, dy \, dx$,

c) $\displaystyle\int_Q \sin(x + y) \, d(x, y)$ mit $Q = [0, \pi/2] \times [\pi/2, \pi]$,

d) $\displaystyle\int_D \frac{4xy}{y^2 + 1} \, d(x, y)$ mit $D = [-1, 0] \times [1, \sqrt{3}]$,

e) $\displaystyle\int_B \sin y + zx^2 \, d(x, y, z)$ mit $B = [0, 1] \times [0, \pi/2] \times [0, 2]$.

Aufgabe 20:
Man beschreibe die folgenden Mengen durch Normalbereiche:

a) das durch die Punkte $(1, 2)$, $(2, 1)$ und $(3, 3)$ beschriebene Dreieck D ,

b) die durch $\|\boldsymbol{x}\|_1 \leq 2$ mit $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^2$ gegebene Raute R ,

c) die von der Höhenline $(x^2 + y^2)^2 - x^2 + y^2 = 0$ eingeschlossene Lemniskate L und

d) das durch $x^2 + 4y^2 + 9z^2 \leq 1$ gegebene Ellipsoid E .

Abgabetermin: 05.01.-09.01.2004 (zu Beginn der Übung)