Aufgabe 1

a) Skizzieren Sie das durch die Ungleichungen

$$\begin{aligned} |x| + |y| &\leq 2, \\ y &\geq -1 \end{aligned}$$

beschriebene Flächenstück und berechnen Sie den Schwerpunkt bei homogener Dichte $\rho = 1$.

b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_D (1 - x^2) d(x, y)$$

über dem Kreisring

$$D := \left\{ (x, y)^T \in \mathbb{R}^2;\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \right\}.$$

Hinweis: $\cos^2 \phi = \frac{1}{2} \left(\cos(2\phi) + 1 \right).$

Aufgabe 2
Bestimmen Sie die globalen Extrema der Funktion

$$f(x, y, z) = xy + z^2$$

auf dem Schnitt der Zylinderoberfläche

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 - 8 = 0$$

mit der Ebene

$$h(x, y, z) = x - y + 2z - 1 = 0.$$

Hinweis: Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.