Aufgabe 1

a) Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades T_2 zur Funktion

$$f(x,y) = (x+y)\sin(x+y)$$

mit dem Entwicklungspunkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) Bestimmen und klassifizieren Sie alle stationären Punkte der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xz - 2yz - \frac{z^4}{2}.$$

Aufgabe 2

Sei f das Vektorfeld $f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix}$, c_1 die Kurve mit der Parametrisierung

$$c_1(t) = (t, \sin(t)) \qquad t \in [0,\pi]$$

und c_2 der mathematisch positiv orientierte Rand des Rechtecks

$$R = \{(x,y) \ : \ x \in [0,1],\ y \in [0,2]\} \ = \ [0,1] \times [0,2] \cdot$$

a) Besitzt f ein Potential?

b) Berechnen Sie für $i = 1,2$ die Kurvenintegrale

$$\int_{c_i} f(x,y)\, d(x,y) \cdot$$

c) Berechnen Sie den Fluß von f aus R heraus.