

**Aufgabe 1:**

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Majorantenkriteriums, dass das uneigentliche Integral

$$\int_3^{\infty} \frac{x^\alpha}{\sqrt{x^4 + x^2 + 3}} dx$$

für  $\alpha = 0$  konvergiert und für  $\alpha = 1$  divergiert.

- b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_1^e x^2 (\ln(x))^2 dx.$$

**Aufgabe 2:**

- a) Gegeben sei die Funktion  $z := \frac{1}{9}(x+3)^2$  mit  $0 \leq x \leq 3$ . Skizzieren Sie den durch Rotation des Funktionsgraphen um die  $x$ -Achse entstehenden Rotationskörper und berechnen Sie dessen Volumen.
- b) Von einer Funktion  $y = f(x)$  seien die folgenden Daten gegeben:

$$\begin{array}{c|cccc} x_k & -2 & -1 & 0 & 2 \\ \hline y_k & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

Geben Sie das zugehörige Interpolationspolynom  $p_3$  dritten Grades in der Newtonschen Darstellung an (dividierte Differenzen!), berechnen Sie  $p_3(1)$  und schätzen Sie den Interpolationsfehler  $|p_3(1) - f(1)|$  nach oben ab, wobei vorausgesetzt werde, dass  $|f^{(4)}(x)| \leq 2$  für alle  $x \in [-2, 2]$  gilt.