

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int \frac{z^2 + 2}{\sqrt{z}} dz, & \text{b) } & \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx, & \text{c) } & \int \frac{e^z}{e^{2z} + 1} dz, \\ \text{d) } & \int t \sin 3t dt, & \text{e) } & \int x \ln(x^2 - 1) dx, & \text{f) } & \int e^y \sin y dy. \end{aligned}$$

Aufgabe 14:

Berechnen Sie den Flächeninhalt der durch

$$F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 1 \leq y \leq 1 - x^2\}$$

gegebenen Teilmenge des \mathbb{R}^2 .

Aufgabe 15:

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale

$$\begin{aligned} \text{a) } & \int_1^e \frac{1}{x} \ln^2 x dx, & \text{b) } & \int_0^1 u^4 e^u du, & \text{c) } & \int_0^1 s\sqrt{1-s} ds, \\ \text{d) } & \int_0^{\pi/4} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx, & \text{e) } & \int_0^a \frac{12 - 28x + 17x^2 - 10x^3}{1 - 5x} dx. \end{aligned}$$

Aufgabe 16:

Zeigen Sie zunächst (z.B. durch partielle Integration) die Beziehung

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b)) - \frac{1}{2} \int_a^b (x-a)(b-x) f''(x) dx.$$

Zeigen Sie darauf aufbauend (z.B. mit dem Mittelwertsatz), dass es ein $\xi \in]a, b[$ gibt mit

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b)) - \frac{1}{12} f''(\xi) (b-a)^3.$$

Abgabetermin: 26.05.-30.05.2003 (zu Beginn der Übung)