

## A n a l y s i s II

### 6. Übung

#### Aufgabe 21:

- Skizzieren Sie die beiden Rotationskörper, die bei Drehung des Funktionsgraphen von  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4$  um die  $x$ -Achse bzw. um die  $y$ -Achse entstehen, und berechnen Sie für beide das Volumen.
- Berechnen Sie die Mantelfläche des Rotationskörpers, den man erhält, wenn man den Graph von  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cosh(x)$  um die  $x$ -Achse dreht.

#### Aufgabe 22:

Gegeben seien die Mengen

$$M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\} \quad \text{und} \quad M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}.$$

- Skizzieren Sie  $M_1$  und  $M_2$ .
- Geben Sie Kurven  $\mathbf{c}_1 : [0, a_1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{c}_2 : [0, a_2] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $\mathbf{c}_1(0) = \mathbf{c}_1(a_1) = \mathbf{c}_2(0) = \mathbf{c}_2(a_2) = (1, 0)^T$  an, die in  $M_1$  bzw.  $M_2$  verlaufen und den Ursprung einmal gegen den Uhrzeigersinn umlaufen. (Wählen Sie möglichst einfache Parametrisierungen.)
- Berechnen Sie dann  $\oint_{\mathbf{c}_1} f_1(\mathbf{x}) ds$  und  $\oint_{\mathbf{c}_2} f_2(\mathbf{x}) ds$ , wobei  $f_1(x, y) := x$  und  $f_2(x, y) := y^2$  ist.

#### Aufgabe 23:

- Betrachten Sie die Kurven  $c_1 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $c_1(t) := t^2$  und  $\mathbf{c}_2 : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{c}_2(t) := (\sin t \cos t - t, 2 \sin t, \sin^2 t)^T$ . Berechnen Sie jeweils die Bogenlängenfunktion und die Parametrisierung nach Bogenlänge.

- b) Wie groß ist der von der Kurve  $\mathbf{c} : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{c}(t) := (t^2 - 1, t^3 - t)^T$  umschlossene Flächeninhalt?

**Aufgabe 24:**

Durch  $\mathbf{c} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{c}(t) := (1 + \cos t, \sin t)^T$  sei ein Draht beschrieben, durch  $\rho(\mathbf{c}(t)) := \sin^2 t$  seine Dichte.

Berechnen Sie

- a) die Gesamtmasse des Drahtes,
- b) seinen Schwerpunkt und
- c) sein Trägheitsmoment bei Drehung um die  $x$ -Achse.

---

**Abgabetermin:** 25.6., 26.6, 28.6. bzw. 29.6.2001 **vor** der Übung.