Fachbereich Mathematik **SS 2001**
Priv.Doz. Dr. I. Gasser
Prof. Dr. H. J. Oberle

A n a l y s i s II

3. Übung

Aufgabe 9:

Die Funktion $\cot x := \cos x / \sin x$ ist im Intervall $]0, \pi[$ stetig und streng monoton fallend. Sie besitzt daher eine Umkehrfunktion arccot, die auf ganz $\mathbb{R}$ definiert ist und für die $\operatorname{arccot}(0) = \pi/2$ gilt.

a) Man zeige:
$$\frac{d}{dx} \operatorname{arccot} x = -\frac{1}{1+x^2}.$$

b) Man bestimme mittels a) die Potenzreihenentwicklung von arccot zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Welchen Konvergenzradius besitzt die Reihe?

c) Man leite hieraus Reihenentwicklungen für $\arctan x$ her, die für $x > 1$ bzw. $x < -1$ konvergieren.

Aufgabe 10:

Zur Berechnung von $\sqrt{2}$ ersetze man die Funktion $f(t) = \sqrt{t}$ durch ein Interpolationspolynom $p(t)$ (kleinsten Grades) zu den Knoten $t_0 = 1.2^2$, $t_1 = 1.3^2$, $t_2 = 1.4^2$, $t_3 = 1.5^2$ und $t_4 = 1.6^2$.

a) Man berechne $p(2)$ mittels des Verfahrens von Aitken, Neville.

b) Man schätze den Interpolationsfehler mittels Satz (12.1.13) ab.

Aufgabe 11:

a) Man berechne das Interpolationspolynom $p(z)$ (kleinsten Grades) in Newton-Darstellung zu den Stützstellen:

z_i	0	1	2	i	$-i$
y_i	-1	-2	7	2	2

.

b) Man berechne die Newton-Darstellung des Interpolationspolynoms zweiten Grades zur Funktion $f(t) = e^t$. Knoten: 0, 1/2 und 1. Man gebe auch eine Fehlerabschätzung für das Intervall $[0, 1]$ an.

Aufgabe 12:

Man bestimme die interpolierende kubische Splinefunktion mit natürlichen Randbedingungen zu der Interpolationsdaten: $S(-1.5) = S(1.5) = 0$, $S(-0.5) = S(0.5) = 0$ und $S(0) = 1$.

Abgabetermin: 7.5., 8.5, 10.5. bzw. 11.5.2001 **vor** der Übung.