Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2000**
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Funktion $f : \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[\to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{e^{2x-1} - 1}{\cos(\pi x)} \quad .$$

a) Man ermittle das Verhalten von f bei Annäherung an die Randpunkte des Intervalls $\left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$.

b) Man berechne von der Potenzreihenentwicklung von f zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ die Koeffizienten bis zum Glied von x^3.

Tip: Es gilt $e^{2x-1} - 1 = e^{-1}(e^{2x} - e)$.

Aufgabe 6:

a) Man berechne die Ableitung von $g(x) = \text{arsinh} x$.

b) Man zeige, dass für $k \geq 1$ gilt:

$$\binom{-1/2}{k} = (-1)^k \frac{1 \cdot 3 \cdots (2k-1)}{2^k \cdot k!} \quad .$$

c) Man berechne die Potenzreihe von g zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

d) Man bestimme den Konvergenzradius zu der unter c) berechneten Potenzreihe.

Aufgabe 7:

a) Von der Funktion $g(x) = \ln x$ seien nur die Stützstellen

x_i	0.5	1	2
$\ln x_i$	-0.693	0	0.693

bekannt. Man stelle das Interpolationspolynom p niedrigsten Grades auf.

b) Man berechne $p(1.5)$ als Näherungswert für $\ln 1.5$. Wie groß ist der Fehler höchstens und wie groß mindestens?

Aufgabe 8:

Zu der Funktion

$$f(x) := 1 - x^2$$

und den Gitterpunkten

$$x_i := \frac{i}{n}, \quad i = 0, 1, \ldots, n$$

des Intervalls $[0, 1]$ (mit $n \in \mathbb{N}$) seien die folgenden Summen definiert:

$$\begin{aligned} O_n &:= \sum_{i=0}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) \sup_{x \in [x_i, x_{i+1}]} f(x), \\ U_n &:= \sum_{i=0}^{n-1} (x_{i+1} - x_i) \inf_{x \in [x_i, x_{i+1}]} f(x). \end{aligned}$$

Man untersuche die Folgen (O_n), (U_n) auf Konvergenz und ermittle ggf. ihre Grenzwerte.

Hinweis: Man beweise und verwende die Formel

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1). \tag{1}$$

Abgabetermin: 25.4, 27.4 oder 28.4.00 vor der Übung