Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2000**
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x) = 3(x - \ln x) - \frac{13}{4}\,.$$

a) Man zeige, dass f genau zwei Nullstellen besitzt.

b) Man berechne die beiden Nullstellen von f mit Hilfe des Fixpunktverfahrens, wobei die Voraussetzungen des Banachschen Fixpunktsatzes jeweils zu überprüfen sind.

c) Für die berechnete Näherung x_{10} führe man jeweils eine A-priori- und eine A-posteriori-Fehlerabschätzung durch.

Aufgabe 2:

Man untersuche die Funktionenfolgen

a) $f_n : [0,1[\to \mathbb{R}, \qquad f_n(x) = x^n\,,$

b) $g_n : [0,\infty[\to \mathbb{R}, \qquad g_n(x) = \dfrac{(nx)^2}{1+(nx)^3}\,,$

c) $h_n : [1,\infty[\to \mathbb{R}, \qquad h_n(x) = \dfrac{(nx)^2}{1+(nx)^3}\,,$

d) $k_n :]\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}[\to \mathbb{R}, \qquad k_n(x) = \dfrac{\cos(nx)}{n^2}\,,$

e) $p_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad p_n(x) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{\sin x^2}{k^3}$

auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

Aufgabe 3:

Man berechne die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen und untersuche die Konvergenz in den Randpunkten des Konvergenzintervalls:

$$\text{a)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} x^n \ , \qquad \text{b)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n} \, , \qquad \text{c)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \quad .$$

Aufgabe 4:

Man bestimme die Konvergenzradien der Potenzreihen

$$\text{a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n^4 - 4n^3)\, z^n \ , \qquad \text{b)} \quad \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{z^{5\nu}}{(4+(-1)^\nu)^{3\nu}} \, , \qquad \text{c)} \quad \sum_{k=1}^{\infty} k^{(\ln k/k)} z^k \quad .$$

Abgabetermin: 10.4, 11.4, 13.4 oder 14.4.00 vor der Übung