**Aufgabe 1:**

a) Man untersuche die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert:

(i) $a_n = \sqrt{n^2+1} - n - 1\,,$

(ii) $b_n = \ln\left(\dfrac{5n}{n+1}\right)\,.$

b) Man untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(i) $\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{\sqrt{j^2+1}}\,,$

(ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} 2^k \left(1-\frac{1}{k}\right)^{k^2}\,.$

c) Man berechne den Grenzwert $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}\,.$

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei die durch

$$f(x) = \ln\left|x + \frac{1}{x}\right|$$

definierte reellwertige Funktion.

Man diskutiere die Funktion $f$. Dazu bestimme man im Einzelnen: Definitionsbereich, Symmetrie, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, Verhalten im Unendlichen, Nullstellen, Monotonieverhalten, Extrema, Konvexität und Wendepunkte. Abschließend skizziere man den Graphen von $f$.