Institut für Angewandte Mathematik **WiSe 1999/2000**
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{für} \quad x \notin [-1,1], \\ a\sin(\pi x) + b\sin\left(\dfrac{\pi x}{2}\right) & \text{für} \quad x \in [-1,1]\,. \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten a und b so, dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar wird.

Aufgabe 18:

Man stelle für die folgenden Funktionen im Punkte x_0 die Gleichung der Tangente auf:

a) $f(x) \;=\; \log_a x \quad \text{mit} \quad x_0 = 2\,,$

b) $g(x) \;=\; \sinh x \quad \text{mit} \quad x_0 = -1\,,$

c) $h(x) \;=\; \begin{vmatrix} \sin 2x & e^x \\ \cosh 5x & 3x^4 \end{vmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = 0\,,$

d) $\boldsymbol{p}(x) \;=\; \begin{pmatrix} \cos x \\ \sin x \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = \dfrac{3\pi}{4}\quad .$

Aufgabe 19:

Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \arctan x^2\,,$

b) $g(x) = \ln(1 - x^4)\,,$

c) $h(x) = x(\sin(\ln x) - \cos(\ln x))\,,$

d) $p(x) = \arccos\left(3x^{-\frac{5}{2}}\right)\,.$

Aufgabe 20:

a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für} \quad x \geq 0 \\ -x^2 & \text{für} \quad x < 0 \end{cases} .$$

Ist der Mittelwertsatz

$$g'(x_0) = \frac{g(b) - g(a)}{b - a} \quad \text{mit} \quad x_0 \in]a, b[$$

für $a = -1$ und $b = 1$ auf f bzw. f' anwendbar? Man bestimme gegebenenfalls die Zwischenstelle(n) x_0.

b) Man zeige mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass die Funktion h mit

$$h(x) = e^x - 3x^2$$

mindestens drei Nullstellen besitzt und mit Hilfe des Satzes von Rolle, dass sie höchstens drei und damit dann genau drei Nullstellen besitzt.

Abgabetermin: 17.1, 18.1 oder 20.1.00 vor der Übung