Institut für Angewandte Mathematik **WiSe 1999/2000**
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

Man untersuche die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. die Grenzwerte

$$\begin{aligned}
a_n &= \frac{2n^5}{n^5+n^4+n^3+n^2+n+1}, & b_n &= n^2\left(\sqrt{1+\frac{3}{n^2}}-\sqrt{1+\frac{1}{n^3}}\right),\\
c_n &= \left(\frac{2-2i}{3}\right)^n, & d_n &= \frac{a_n}{2}-\frac{3}{b_n}+c_n^2,\\
e_n &= \left(1-\frac{1}{3n}\right)^{7n}, & f_n &= \frac{n^2}{n+1}-\frac{n^2}{n+3}.
\end{aligned}$$

Aufgabe 10:

Man untersuche die folgenden rekursiv definierten Folgen auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls die Grenzwerte:

a) $a_1 := 0, \quad a_{n+1} := \frac{1}{4}(a_n - 3), \quad n \geq 1,$

b) $b_1 := 0, \quad b_{n+1} := \sqrt{2+b_n}, \quad n \geq 1,$

c) $c_1 := 2, \quad c_{n+1} := \frac{3}{4-c_n}, \quad n \geq 1,$

d) $d_1 := 0, \quad d_{n+1} := 3d_n + 2, \quad n \geq 1.$

Aufgabe 11:

Man untersuche die unten angegebenen Folgen im $\mathbb{R}^3$ auf Konvergenz und berechne, falls möglich die Grenzwerte:

a) $\boldsymbol{x}_n = \left(\dfrac{n^2+1}{3n^2-1},\quad \cos(n\pi),\quad \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \right)^T,$

b) $\boldsymbol{y}_n = \dfrac{1}{n} \left(\dfrac{4n^2-3n+5}{7n+4},\quad \dfrac{3n^5+8n^2-1}{-6n^4-3},\quad \dfrac{n-1}{n+9} \right)^T.$

Aufgabe 12:

Warum konvergiert

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(2n-5)(n+1)} \quad ?$$

Von welchem Index N an, gilt für die Partialsumme S_N und den Grenzwert S der Reihe

$$|S - S_N| < 0.05 \quad ?$$

Abgabetermin: 6.12, 7.12 oder 9.12.99 vor der Übung