Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

WiSe 1999/2000

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man beweise mittels vollständiger Induktion:

a) $\displaystyle\sum_{j=k}^{n} \frac{1}{j} \binom{j}{k} = \frac{1}{k} \binom{n}{k}$ für festes $k \in \mathbb{N}$ und $n \geq k$,

b) $\displaystyle\prod_{j=1}^{n} \left(\frac{j+1}{j} \right) = n+1$ für $n \geq 1$,

c) Ist $x_0 = a,\ x_1 = b$ und $x_n = -3x_{n-1} - 2x_{n-2}$ für $n \geq 2$, so gilt

$$x_n = (2a+b)(-1)^n - (a+b)(-2)^n \quad \text{für} \quad n \geq 0\,.$$

Aufgabe 6:

Man beweise die folgenden Aussagen mittels vollständiger Induktion:

a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k \cdot k! = (n+1)! - 1$,

b) die Bernoullische Ungleichung $(1+x)^n \geq 1 + nx \quad (\forall x \geq -1, n \in \mathbb{N})$,

c) $a_n = 5^n - 1$ ist durch 4 teilbar.

Aufgabe 7:

a) Man bestimme den ggT von $m = 2304$ und $n = 960$ und stelle ihn als $\mathbb{Z}$-Kombination von m und n dar.

b) Man bestimme die Dualdarstellung von $n = 1285$

(i) mit Hilfe iterierter Division,

(ii) durch Auswertung von $1285 = ((1 \cdot 10 + 2)10 + 8)10 + 5$ im Dualsystem.

c) Man verwandle die folgenden periodischen Ziffernndarstellung der rationalen Zahlen r_k in die Form $r_k = \frac{(n_k)_{10}}{(m_k)_{10}}$, $n_k, m_k \in \mathbb{N}$:

$$r_1 = 31.5\overline{271}\,, \quad r_2 = (0.\overline{123})_4\,, \quad r_3 = (5.\overline{65})_7\,.$$

Aufgabe 8:

a) Bei der Parallelschaltung zweier Ohmscher Widerstände R_1 und R_2 ergibt sich der Gesamtwiderstand R_p aus $1/R_p = 1/R_1 + 1/R_2$. Bei der Hintereinanderschaltung berechnet sich der Gesamtwiderstand durch $R_h = R_1 + R_2$. Man zeige, dass die Gesamtwiderstände R_p und R_h die Ungleichung $R_h \geq 4R_p$ erfüllen. (Wann gilt das Gleichheitszeichen?)

b) Man untersuche die Menge

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} \;\middle|\; x = \frac{1}{n+1} + \frac{1+(-1)^n}{2n}\,, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

auf Beschränkheit und bestimme ggf. Infimum und Supremum.

Abgabetermin: 22.11, 23.11 oder 25.11.99 vor der Übung