Institut für Angewandte Mathematik **WiSe 1999/2000**
Prof. Dr. C. Geiger
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Für folgende Aussagenverbindungen gebe man die Wahrheitstafeln:

a) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$, b) $(A \vee B) \wedge C$,
c) $(A \wedge B) \vee \neg(B \wedge C)$, d) $(A \Rightarrow B) \wedge B$.

Können c) und d) vereinfacht dargestellt werden?

Aufgabe 2:

a) Man zeige mittels eines indirekten Beweises:

(i) $\log_{10} 2$ ist keine rationale Zahl.

(ii) Für reelle Zahlen a, b mit $0 < a < b$ gilt die Ungleichung

$$\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a} \, .$$

b) Gegeben seien die folgenden natürlichen Zahlen

$$n = 2j(j+1), \quad m = 2j+1 \quad \text{mit} \quad j \in \mathbb{N} \, .$$

Man zeige, dass auch die Summe $n^2 + m^2$ der Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist.

Aufgabe 3:

a) Man gebe die reellen Zahlen x an, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

$$\text{(i)} \quad \frac{3}{|x+2|} < 2 - 3x\,, \qquad \text{(ii)} \quad \sqrt{|x+2|} \leq |x+1|\,.$$

b) Man skizziere in der x,y-Ebene die folgenden Mengen:

$$\text{(i)} \quad M_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad |y-2| \leq x \ \wedge \ |y-2| < 1 \quad \right\},$$

$$\text{(ii)} \quad M_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad |x| + |y| \leq 1 \quad \right\},$$

$$\text{(iii)} \quad M_3 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad |y| > 1 \ \wedge \ \left(\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \leq 1 \right.\right.$$
$$\left.\left. \vee \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} \leq 1\right)\right\}.$$

Aufgabe 4:

a) Von folgenden Funktionsvorschriften $y = f(x)$ mit reellem x, sind der größtmögliche Definitionsbereich und der zugehörige Wertebereich anzugeben:

$$\text{(i)} \quad y = \frac{x-1}{x^2+x-2}\,, \qquad \text{(ii)} \quad y = \sqrt{1-|x|}\,, \qquad \text{(iii)} \quad y = \ln(x^2+3x+2)\,.$$

b) Man zeige ohne Benutzung eines Taschenrechners, dass $\sinh 1 > 1$ ist. Man verwende die Definitionen

$$e := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\,, \qquad \sinh y := \frac{1}{2}\left(e^y - e^{-y}\right)$$

und rechne mit Ungleichungen! Die Umformungen sind genau zu begründen!
Hinweis: Man verwende, dass $(e-1)^2 > 2$ gilt.

c) Eine Funktion heißt gerade Funktion, wenn $f(x) = f(-x)$ gilt, sie heißt ungerade Funktion wenn $f(-x) = -f(x)$ gilt. Welche der folgenden Funktionen sind gerade bzw. ungerade:

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}\,, \quad g(x) = \frac{a^x - 1}{a^x + 1}\,, \quad h(x) = x + \cos x \quad ?$$

Abgabetermin: 8.11, 9.11 oder 11.11.99 vor der Übung