

**Aufgabe 1:**

a) Man skizziere die Menge

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4 \wedge -1 \leq x \leq 0\}$$

b) Man untersuche die rekursive Folge

$$x_1 = 6, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n} + 2$$

auf Konvergenz und berechne gegebenenfalls den Grenzwert.

c) Gegeben sei die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n+3}}.$$

- (i) Warum konvergiert die Reihe?
- (ii) Ab welchem Index  $N$  unterscheiden sich die Partialsummen  $s_N$  vom Grenzwert der Reihe um weniger als  $10^{-1}$ ?

**Aufgabe 2:**

a) Man berechne die folgenden Grenzwerte

- (i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x/3 - 3 + \sqrt{9 - 2x}}$ ,
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi) \cdot \cot x$ .

b) Gegeben sei die durch  $f(x) = \sin(\pi^2 - x^2)$  definierte Funktion.

- (i) Man berechne das Taylorpolynom  $T_2(x; x_0)$  von  $f$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = \pi$ .
- (ii) Man schätze den Fehler zwischen  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  und  $T_2\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  nach oben ab.