

Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 0 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1:

a) Schreiben Sie die links stehenden Ausdrücke als Summe bzw. Produkt.

(i)

$$9 + 11 + 13 + 15 + 17 + \dots = \sum_{k=4}^{\quad ?} \quad = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(ii)

$$1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 = \sum_{k=0}^{\quad ?} \quad = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(iii)

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} \cdots \frac{21}{23} = \prod_{k=?}^{\quad ?}$$

b) Schreiben Sie die nachstehenden Summen in der vorgegebenen Form um.

(i)

$$\sum_{k=0}^{\infty} k(k+2) = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(ii)

$$\sum_{k=3}^{52} (2k-5) = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(iii)

$$\sum_{k=-\infty}^{-1} (-2)^{(-k-1)} z^k = \sum_{k=?}^{\quad ?} \frac{\quad ?}{z^k}$$

Aufgabe 2:

a) Fassen Sie jeweils zu einer Summe zusammen:

$$\sum_{j=1}^{n+1} a_j x^{j-1} + \sum_{k=0}^n b_k x^k = \sum_{l=0}^n ? \qquad \sum_{k=1}^{10} \cos^2\left(\frac{\pi}{k}\right) + \sum_{j=2}^{11} \sin^2\left(\frac{\pi}{j-1}\right) = ?$$

b) Was ist richtig und was ist falsch?

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m a_i b_j &= \sum_{i=1}^n a_i \sum_{j=0}^m b_j, & \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m a_i b_j &= \sum_{j=0}^m b_j \sum_{i=1}^n a_i, \\ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k a_k b_j &= \sum_{j=1}^n b_j \sum_{k=1}^n a_k, & \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k a_k b_j &= \sum_{k=1}^n a_k \sum_{j=1}^k b_j. \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Wormhold hatte die Kombination seines Safes vergessen. „Sie wird mir sofort einfallen. So ähnlich wie 7, 7, 5, 3, 9.“

„Fünfstellig! Das sieht Oxford ähnlich.“

„Wir können alle Kombinationen von 7, 7, 5, 3, 9 ausprobieren.“

„Wissen Sie, wieviele es gibt? Etwa sechshundert, schätze ich. Ich hoffe, Ihr Telegramm ist nicht dringend.“

„Ich erinnere mich an alles, bis auf die Sieben.“

„Das ist fein! Welche Sieben? Außerdem glaube ich jetzt, dass wir an die sechstausend Kombinationen durchprobieren müssten. Ich bin kein Mathematiker.“

(aus „Unser Mann in Havanna“ von Graham Green)

Aufgabe: Stellen Sie die Zahlen richtig:

- Wieviele Kombinationen von 7, 7, 5, 3, 9 gibt es?
- Wieviele Kombinationen von ?, ?, 5, 3, 9 gibt es, wenn die beiden Fragezeichen für dieselbe Zahl aus der Menge $M := \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ stehen, Wormhold aber vergessen hat, welche Zahl doppelt vorkommt?

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zylindrisches Rohr mit dem Innenradius $r_1 = 10 \pm 0,1$ cm, dem Außenradius $r_2 = 11 \pm 0,2$ cm und der Höhe $h = 40 \pm 0,4$ cm. Der Zylinder sei aus einem Material der Dichte $\rho = 5 \pm 0,1$ gr/cm³ gefertigt. Geben Sie möglichst genaue obere und untere Schranken für die Masse des Rohres an. Wenn Sie keinen Taschenrechner zur Hand haben, genügt die Angabe von Formeln, mit deren Hilfe man die Schranken berechnen kann.