

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Präsenzblatt 1

Aufgabe 1: Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = -4 + 5i.$$

Berechnen Sie in *kartesischer Darstellung*:

(a) $z_1 + z_2$, $|z_1 + z_2|$, $2z_1 - 3iz_2$, $2\bar{z}_1 - 3i\bar{z}_2$,

(b) $z_1 \cdot z_2$, $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$, $z_1^2 \cdot z_2^2$, $\operatorname{Re}(z_1^2) \cdot \operatorname{Im}(z_2^2)$,

(c) $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{\operatorname{Im}(z_1)}{\operatorname{Re}(z_2)}$.

Aufgabe 2: Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = 1 - i\sqrt{3}, \quad z_3 = -1 - i\sqrt{3}, \quad z_4 = -1 + i\sqrt{3}.$$

(a) Skizzieren Sie die Lage dieser Punkte in der komplexen Ebene und geben Sie die zugehörige Darstellung in *Polarkoordinaten* ($z = re^{i\varphi}$) an.

(b) Berechnen Sie $z_1 \cdot z_4$ und z_1^7 .

(c) Berechnen Sie $\frac{z_1^2 \cdot z_2}{z_3 \cdot \bar{z}_4}$.

Aufgabe 3: Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Ebene oder beschreiben Sie sie durch Worte.

(a) $M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 + 3i| \leq 2\}$,

(b) $M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + i| = |z - 3i|\}$,

(c) $M_3 = \{0\} \cup \{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \operatorname{Re}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = 0\}$,

(d) $M_4 = \{z = re^{i\varphi} \in \mathbb{C} \mid r \in (2, 5), \varphi \in (-\pi/6, \pi/6)\}$.