Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2024**
Prof. Dr. J. Struckmeier,
Dr. H. P. Kiani, Dr. C. R. Goetz

Komplexe Funktionen
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 6: Hausaufgaben

Aufgabe 1)

a) Es sei C der einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Einheitskreis $|z| = 1$.

(i) Berechnen Sie $$\int_C \frac{1}{(e^z - i)}\, dz\,.$$

(ii) Für eine auf $\mathbb{C}$ analytische Funktion gelte $|\,f(z)\,| = 4$ überall auf der Kurve C und $f(0) = 4i$. Wie muss dann f aussehen?

b) Sei C eine doppelpunktfreie geschlossene stückweise C^1 Kurve. Wann ist das Integral
$$I(C) := \int_C \frac{z}{z^2+1}\, dz$$
definiert?

Welche Werte kann das Integral annehmen, wenn es definiert ist?

Aufgabe 2: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen jeweils diejenige Laurentreihe zum Entwicklungspunkt z_0, die im Punkt $z = -3/2$ gegen $f(-3/2)$ konvergiert.

a) $f(z) = z^3 \cos(\frac{1}{z})\,, \qquad z_0 = 0\,,$

b) $f(z) = \dfrac{z^2+1}{z^2+z-2}\,, \qquad z_0 = 0\,,$

c) $f(z) = \dfrac{3}{z^2+z-2}\,, \qquad z_0 = 1\,,$

d) $f(z) = \dfrac{1}{(z-i)^3}\,, \qquad z_0 = 1+i\,.$

Abgabetermine: 06.2024