

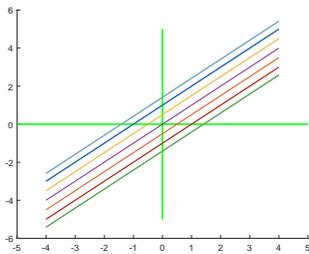
## Komplexe Funktionen

### für Studierende der Ingenieurwissenschaften

#### Blatt 3: Hausaufgaben

#### Aufgabe 1:

Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die den Streifen  
 $S := \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) - \sqrt{2} < \operatorname{Im}(z) < \operatorname{Re}(z) + \sqrt{2}\}$



auf den Kreisring

$R := \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$  abbildet.

Die Funktion soll dabei nicht direkt auf den Real- oder den Imaginärteil von  $z$  sondern nur auf  $z$  selbst zugreifen.

Tipp: Transformieren Sie zunächst auf einen achsenparallelen Streifen  $\tilde{S}$ .

**Aufgabe 2:** Gegeben sei die Menge  $R = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{4} < |z| < \frac{e^3}{4}, \operatorname{Re}(z) > 0\}$ ,

sowie die Abbildung

$$f(z) = e^{-i\frac{\pi}{2}} \cdot \ln(4z),$$

wobei  $\ln$  den Hauptwert des komplexen Logarithmus bezeichne.

- a) Skizzieren Sie die Menge  $R$  in der komplexen Ebene.
- b) Bestimmen Sie das Bild von  $R$  unter der Abbildung  $f$ .

**Aufgabe 3) (4+3+3 Punkte)**

a) Zur Lösung zweier Potentialprobleme sollen folgende Transformationen durchgeführt werden:

(i) Das Äußere der Ellipsenscheibe

$$E := \left\{ z = x + iy \in \mathbb{C} : \frac{16x^2}{25} + \frac{16y^2}{9} \leq 1 \right\},$$

also  $\mathbb{C} \setminus E$ , soll auf das Äußere des Einheitskreises  $K_1 := \{w \in \mathbb{C} : |w| \leq 1\}$  abgebildet werden.

(ii) Das Gebiet zwischen den durch  $z = x + iy$  mit

$$\frac{4x^2}{3} - 4y^2 = 1 \iff \frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

definierten Hyperbelzweigen soll auf einen Sektor der Form

$$S := \{w \in \mathbb{C} : \phi_1 < \arg(w) < \phi_2\}$$

abgebildet werden.

Geben Sie geeignete Transformationen an.

b) Funktioniert Ihre Methode zur Lösung von Aufgabenteil a)i) analog im Falle der Ellipse

$$E := \left\{ z = x + iy \in \mathbb{C} : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\},$$

Tipp: Umkehrung der Joukowski-Funktion.

**Abgabetermine:** 06.05.24 - 10.05.24