

Komplexe Funktionen

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1: Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten ($z = re^{i\phi}$) an und markieren Sie die zugehörigen Punkte in einer Skizze der komplexen Zahlenebene.

$$z_0 = -4, \quad z_1 = \sqrt{8}(-1 - i), \quad z_2 = -4i, \quad z_3 = \sqrt{8}(1 - i), \quad z_4 = 4,$$
$$\tilde{z}_k = (-i)^k, \quad k \in \mathbb{N}_0.$$

- b) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten ($z = x + iy$) an.

$$z_5 = 3e^{i\frac{\pi}{3}}, \quad z_6 = 2e^{i\frac{-\pi}{6}}, \quad z_7 = 2e^{i\frac{-13\pi}{6}}.$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie für die komplexen Zahlen aus Aufgabe 1) die kartesischen Darstellungen der folgenden Zahlen:

$$\operatorname{Re}(z_1), \quad \operatorname{Im}(z_1), \quad \operatorname{Re}(z_3), \quad \operatorname{Im}(z_3), \quad z_1 + z_3, \quad z_1 - z_3,$$
$$2z_5 + \sqrt{8}z_3, \quad \bar{z}_1, \quad z_1 \cdot \bar{z}_1, \quad z_1 \cdot z_2, \quad (z_6)^2 \cdot (z_5)^4, \quad \frac{z_5}{z_6}.$$

Aufgabe 3:

Charakterisieren Sie durch eine Skizze oder mit Worten die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene:

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 4 - 3i| \leq 5\},$$

$$M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| = |z - 2 - i|\},$$

$$M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 2\},$$

$$M_4 = \{0\} \cup \left\{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \operatorname{Re}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) = 0\right\}.$$

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie folgende Teilmengen der komplexen Zahlenebene, ähnlich wie in Aufgabe 3, mit Hilfe von Formeln.

M_5 : Streifen parallel zur imaginären Achse mit der Breite 4, symmetrisch zu $z_0 = 1 + i$, mit Rand.

M_6 : Kreisring um Null mit Innenradius 1 und Außenradius 3, ohne Rand.

M_7 : Punktierte Kreisscheibe um Null mit Radius 3, ohne Rand.

M_8 : Sektor zwischen den Geraden mit $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$ und der Geraden $-\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$ in der oberen Halbebene, ohne Rand.

Bearbeitungstermine: 09. - 11.04.24