Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg
Dr. Hanna Peywand Kiani

SoSe 24
12.07.2024

Klausurberatung Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Die ins Netz gestellten Unterlagen sollen nur die Mitarbeit während der Veranstaltung erleichtern. Ohne die in der Veranstaltung gegebenen zusätzlichen Erläuterungen sind diese Unterlagen unvollständig.

Tipp– oder Schreibfehler, die rechtzeitig auffallen, werden nur mündlich während der Veranstaltung angesagt. Eine Korrektur im Netz erfolgt NICHT!

Die Aufzählung wichtiger Themen bedeutet NICHT den Ausschluss anderer Themen für die Klausur.

Blatt 1: (Keine Hausaufgaben)

P1: polar $\longleftrightarrow$ kartesisch, Punkte markieren.

P2: Elementare Rechnungen Re, Im, $\pm$, $\bar{z}$, $\cdot$, z^k

P3: Geometrische Bedeutung von Betrag, konjugiert,
Erkennen von Kreisen/Abständen aus Formeln.

P4: Beschreibung von Streifen, Ringen, Sektoren mit Formeln.

Blatt 2:

Geometrische Bedeutung von Multiplikation, Addition, Potenzieren, Exponentialfunktionen, Lösen von Gleichungen

P1: Bilder von Rechtecken, Ringteilen unter oben genannten Operationen/Funktionen

P2 und H2: Gleichungen mit oben genannten Funktionen lösen.

H1: Geometrie der affin linearen Abbildung: Drehstreckung $+$ Verschiebung/ Kein beliebiges Rechteck auf Quadrat.

H3) a) Bilder von Strahl, Gerade, Kreis unter $1/z$.

H3) b) Bild von gegebenem Kreis bestimmen.

Blatt 3:

P1) (Hauptzweig der) Logarithmusfunktion, Rechenregeln

P2) $f(z) = \frac{2}{z} + \frac{z}{2}$

P3) Allgemeine Potenzen: Lösungen von $(z - 2i)^a = z^a$, $a = 10$ bzw. $a = i$.

H1) (Nicht achsenparallelen) Streifen auf vorgegebenen Ring abbilden
$\longrightarrow$ drehen, verschieben, exp

H2) Bild gegebener Menge unter gegebener Funktion
Hier Teilring unter Streckung, $\ln$ und Drehung

H3) Gewünscht: Ellipse auf Kreis, Bereich zw. Hyperbelzweigen auf Sektor
Funktion gesucht.
Hier inverse der Joukowski Funktion

Blatt 4:

P1) a) Drei Punktepaare gegeben. Möbius-Transformationsvorschrift finden, $T(z) =$?

P1) b, c) Bilder von Mengen unter T aus a) bestimmen.

P1 d) Bild von Menge unter T: Symmetrie bzgl echtem Kreis nutzen.

P2) a,b) Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen Kartesisch.

P2) c) Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen polar

P3: Eigenschaften Möbius-Transformation: Was geht und was nicht.

H1a) Drei Punktepaare gegeben: Möbius- Transformation T bestimmen.

H1b) Bilder verallgemeinerter Kreise unter T aus a).

H1c) Bild von Dreieck unter T.

H2a) Differenzierbarkeit,
Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen Kartesisch.
H2b) (Konjugiert) Harmonische Funktionen.

H3) Potentialproblem. Gebiet außerhalb von zwei Kreisscheiben auf Ringgebiet
Möbius unter Nutzung von Symmetrie bzgl. zweier echter Kreise

Blatt 5:

P1) Kurvenintegrale direkt oder mit Stammfunktion

P2) Winkeltreue, Konformität, Bijektivität

P2, Zusatzaufgabe: Achtel einer Kreisscheibe bijektiv und konform auf ganze Kreisscheibe abbilden.

H1) Ebenes Potentialproblem lösen, konforme Abbildung konstruieren

H2a) Kurvenintegral einer nicht analytischen Funktion: direkt
H2b) $\displaystyle\int \frac{1}{z-2}dz$ entlang verschiedener Kreise, CIS

H3a) Konvergenzbereich Taylor-Reihe
H3b) Optimalen Entwicklungspunkt finden

Blatt 6:

P1) Integrale über geschlossenen Kurven: CIS, CIF

P2a) Wie viele Laurent-Reihen gibt es?
P2b) Laurentreihe im richtigen Ring:
f: Potenzen von $z - z_0$ abspalten, Rest entwickeln ohne PBZ,
$\tilde{f}$: $\cos -$Reihe einsetzen.

H1a) i) Kurvenintegrale über CIS, CIF
H1a) ii) Maximumprinzip
H1b) Verschiedene Werte Kurvenintegral über $\dfrac{z}{z^2+1}$ längs einfach
geschlossener Kurve über CIS, CIF nach PBZ
inzwischen: Residuensatz verwenden

H2a) Laurent-Reihe mit Hilfe von $\cos -$Reihe

H2b) Berechnung von Laurent-Reihe im richtigen Ring mit PBZ und $z_0 = 0$ und geometrische Reihe,

H2c) Wie b) mit $z_0 \neq 0$,

H2d) Laurent-Reihe mit Hilfe der geometrische Reihe und ableiten.

Blatt 7:

P1) Isolierte Singularitäten, Klassifikation, Residuen.

P2) PBZ und Integrale über Residuensatz

H1) Isolierte Singularitäten, Klassifikation, Residuen,
Nicht Polynom/Polynom. Hauptteile mit Hilfe von Taylorreihen
bzw. $\sin -$, $\sinh -$Reihen

H2) Integrale über Residuensatz

H2a) $\displaystyle \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$

H2b) $\displaystyle \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega x) f(x)\,dx$

H2c) $\displaystyle \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\omega x) f(x)\,dx\,.$