

Klausur Komplexe Funktionen

?? . März 2025

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur. In die Wertung gehen maximal 20 Punkte ein.

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt
mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	ET	GES	IIW	MB	MTB	SB	TM	
-----	----	-----	-----	----	-----	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		
5		

Σ =

Aufgabe 1) [3 Punkte]

Es sei i die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$2e^{3z} - \frac{\sqrt{2}(1+i)}{e^z} = 0.$$

Aufgabe 2) [2 + 2 Punkte]

Es sei i die imaginäre Einheit und $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) Für welche $k, l \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f(z) := (x^2 - ky^2 + 2x) + i \cdot (2 \cdot xy + l \cdot y)$$

in jedem Punkt aus $\mathbb{C}$ komplex differenzierbar?

- b) Für welche $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}, f(z) := \frac{3}{z} + \frac{z}{3}$$

winkeltreu?

Aufgabe 3: [7 Punkte]

Gegeben ist die Funktionsvorschrift:

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)^2(z+3)}.$$

- a) Wie viele verschiedene Laurent-Reihen gibt es zu f bei Entwicklung um $z_0 = 2$? Geben Sie jeweils die Ringe an, in denen die Laurent Reihen gegen f konvergieren.
- b) Berechnen Sie für jeden der Ringe aus Teil a) diejenige Laurent-Entwicklungen der Funktionen f , die in dem Ring gegen f konvergiert.

Aufgabe 4: [4 Punkte] (Pa 7)

Gegeben ist $f(z) = \frac{1}{z^2+4z+5}$.

- a) Bestimmen Sie die isolierten Singularitäten von f und klassifizieren Sie diese.
- b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten von f .
- c) Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} f(z)dz$.

Aufgabe 5: [2 Punkte]

Gesucht ist eine Möbiustransformation $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$, $T(z) := \frac{az + b}{cz + d}$, die die reelle Achse, die imaginäre Achse und den Kreis mit Radius Eins um $z = 1$ auf Geraden abbildet.

- a) Wie muss T aussehen?
- b) Wie muss T aus a) aussehen wenn zusätzlich die Bilder aller Geraden durch den Punkt $w = 1$ gehen sollen?