

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Präsenzblatt 3

Aufgabe 1:

Man bestimme das Bild von

$$K := \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Re}(z), 0 \leq \operatorname{Im}(z), \operatorname{Re}(z)^2 + \operatorname{Im}(z)^2 \leq 1\}$$

unter der durch $f(z) = ((1+i)z)^2$ definierten Abbildung.

Aufgabe 2:

Für die Exponentialfunktion \exp bestimme man die Bilder folgender Mengen

- a) $D_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Re}(z) \leq \ln(10), -\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{Im}(z) \leq \frac{\pi}{2}\},$
- b) $D_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) \leq 0, 0 \leq \operatorname{Im}(z) < \pi\},$
- c) $D_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid -\pi < \operatorname{Im}(z) < \pi\}.$

Aufgabe 3:

- a) Gegeben seien $z_1 = 2 + \frac{\pi i}{3}$ und $z_2 = -1 + \frac{2\pi i}{3}$. Man berechne

$$\exp(z_1), \exp(z_2) \text{ und } \exp(z_1 + z_2)$$

in kartesischen Koordinaten und bestätige an diesem Beispiel die Gültigkeit der Funktionalgleichung der \exp -Funktion in \mathbb{C} :

$$\exp(z_1) \cdot \exp(z_2) = \exp(z_1 + z_2).$$

- b) Für den Hauptwert des komplexen Logarithmus \log und $z_1 = -1 - i\sqrt{3}$ und $z_2 = -2i$ berechne man

$$\log(z_1), \log(z_2) \text{ und } \log(z_1 z_2),$$

und überprüfe an diesem Beispiel, ob für den Hauptwert die Funktionalgleichung gilt:

$$\log(z_1) + \log(z_2) = \log(z_1 z_2).$$

Bearbeitungstermine: 2.5.-5.5.