

# Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 2 (Hausaufgaben)

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)z^3 = i.$$

**Aufgabe 2:**

a) Sei  $c \in \mathbb{C}$  und  $R \in \mathbb{R}$ ;  $R \geq 0$ . Zeigen Sie, dass dann die Äquivalenz

$$|z - c| = R \iff z\bar{z} - c\bar{z} - \bar{c}z + c\bar{c} = R^2$$

gilt.

b) Welche Kurve wird folglich durch die Bedingung

$$z\bar{z} - \frac{i}{2}\bar{z} + \frac{i}{2}z = 0$$

beschrieben?

**Aufgabe 3:**

Gegeben sei die Abbildung  $w = f(z) := \frac{1}{z}$  mit  $z \neq 0$ .

a) Bestimmen Sie die Bilder

- (i) der Strahlen  $\arg(z) = \varphi_0$ ,
- (ii) der Geraden  $\operatorname{Re}(z) = x_0$ ,
- (iii) der Geraden  $\operatorname{Im}(z) = y_0$ .

b) Bestimmen Sie das Bild des Kreises  $|z - \frac{i}{2}| = \frac{1}{2}$  ohne  $z = 0$ .

c) (Etwas anspruchsvoller) Zeigen Sie, dass das Bild eines Kreises, der nicht durch Null geht, ein Kreis ist. Bestimmen Sie den Mittelpunkt und den Radius des Bildkreises.

Was ist folglich das Bild von  $|z - 2| = 1$ ?

**Hinweis:** Verwenden Sie Aufgabe 2.

**Abgabetermine:** 20.4.21 - 23.4.21