Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg
Dr. Hanna Peywand Kiani

SoSe 19
12.07.2019

Klausurberatung Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Die ins Netz gestellten Unterlagen sollen nur die Mitarbeit während der Veranstaltung erleichtern. Ohne die in der Veranstaltung gegebenen zusätzlichen Erläuterungen sind diese Unterlagen unvollständig.

Tipp– oder Schreibfehler, die rechtzeitig auffallen, werden nur mündlich während der Veranstaltung angesagt. Eine Korrektur im Netz erfolgt NICHT!

Die Aufzählung wichtiger Themen bedeutet NICHT den Ausschluss anderer Themen für die Klausur.

Eine Veröffentlichung dieser Unterlagen an anderer Stelle ist untersagt!

Blatt 1:

P1: Geometrische Bedeutung von Betrag, konjugiert, Real- und Imaginärteil. $\Big\}$ WZ = Werkzeug

P2: Geometrische Bedeutung von Multiplikation, Addition, Potenzen, Bilder von Mengen WZ

$\times\times\times$

H1: polar $\longleftrightarrow$ kartesisch keine Umrechnung einzelner Zahlen

Aber z. B.

$$\begin{array}{c} 1 \le x^2 + y^2 \le 4 \\ y \ge 0 \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{c} 1 \le r \le 2 \\ 0 \le \varphi \le \pi \end{array}$$

H2: $\mathrm{Re}\,(z)$, $\mathrm{Im}\,(z)$, $\bar{z}$ elementare Rechnungen $+, \cdot, z^q, \frac{1}{z}$ WZ

Blatt 2:

P1a: Bild von Rechteck unter $\underline{\exp}$ xxx

P1b: Prüfe $e^{\bar{z}} = \overline{e^z}$ ∅

P2a: Keil auf obere Halbebene: Potenzieren und drehen, f zu konstruieren

Werkzeug muss man können

Nein: f wird vorgegeben

P2b: Bild vom Ringabschnitt unter Drehung und $(\log)$, Funktion gegeben. xxx

∅

H1: Streifen (nicht achsenparallel) auf vorgegbenen Ring abbilden, f gesucht,
Drehen, schieben, skalieren, $\exp$ xxx

∅ : siehe oben

Wenn in der Klausur, dann Streifen parallel zu x oder y-Achse
f wird vorgegeben

H2: Allgemeine Potenzen (hoch i), $\log(z) \neq \log(-z)$, ∅

Blatt 3:

P1: Eigenschaften Möbius-Transf.: Was geht und was nicht. × ××

P2, H1: Standard Möbius-Transformationsaufgaben, $T = ?$ ×××

vorgegeben $T(z_1) = 0 \Rightarrow T(z) = a \frac{z - z_1}{z - z_2}$
$T(z_2) = \infty$
$T(z_3) = \gamma \stackrel{!}{=} a \frac{z - z_1}{z - z_2}$ liefert a und damit T!

Alle Geraden/Kreise, die durch z_2 gehen, werden auf Geraden abgebildet
" " " " nicht " " " " " Kreise "

H2a: Symmetrie zu 2 Kreisen,
Gebiet Außerhalb zweier Kreise $---->$ Ring $\emptyset$

H2b: Bild gegebener Menge unter $\frac{2}{z} + \frac{z}{2}$ Alte Klausuraufgabe

××

Blatt 4:

P1: Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen Kartesisch und polar ×××

Nicht nötig bei Kombis elementarer Funktionen: Diese sind überall diffbar, wo sie definiert sind. Zum Beispiel $e^{\frac{1}{z-3}}$ überall in $\mathbb{C} \setminus \{3\}$ diffbar

P2: Konjugiert harmonische Funktionen (CR-DGL kartesisch und polar)

u gegeben, finde v, so dass $f = u + iv$ diffbar: ×××

Also $v_y = u_x$, $v_x = -u_y$

H1: Konjugiert harmonische Funktion berechnen, Winkeltreue

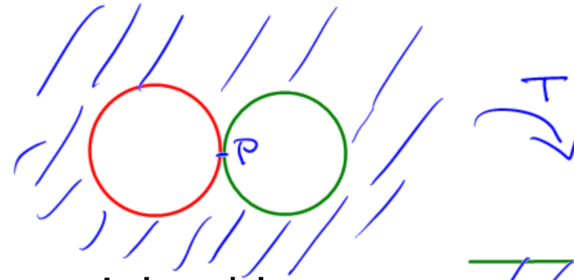
Schwierigkeitsgrad wie in P2

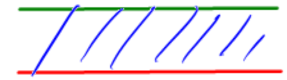
H2: $\underbrace{\text{Winkeltreue, Differenzierbarkeit, Bijektivität, konforme Abbildung}}$

a, c: kurz genug für Klausur

Blatt 5:

P1: Gebiet außerhalb zweier Kreise auf Streifen





P2: Verpflanzung und Lösung des zugehörigen Potentialproblems
$\emptyset$

Mögliche Fragen:
Wie muss T auf jedem Fall leisten? oder
welches z muss auf ∞ abgebildet werden?
oder: Worauf wird P abgebildet?

H1: Ellipse auf Kreis, Hyperbel auf Strahlen $\emptyset$

H2: Umströmung Ellipse $\emptyset$

Blatt 6:

xxx P1: Kurvenintegrale direkt oder mit ~~Stammfunktion~~ $\emptyset$

xxx P2: CIS, CIF inzwischen geht auch Residuensatz

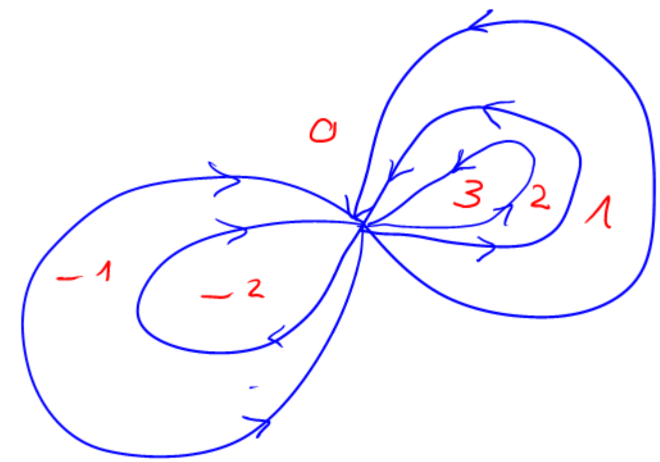
H1a)i) Integral direkt H1a ii) CIS

xxx H1a)iii) Integral über geschlossene Kurven,
inzwischen: Residuensatz verwenden

Kurven-parametrisierungen werden vorgegeben

xxx H1b)i) CIS, CIF, Umlaufzahl,
inzwischen: Residuensatz verwenden

Umlaufzahlen



H1b) ii) Integral direkt/Stammfunktion
Homotopie

xxx H2a) Konvergenzbereich Taylor-Reihe, xxx

H2b) Verschiedene Werte, die eine Funktion entlang geschlossener Kurve annehmen kann

H2c) z_0, so dass Konvergenzradius für Taylor maximal

Blatt 7:

xxx

P1: Wie viele Laurent-Reihen, isolierte Singularitäten, Klassifikation, Residuen, PBZ

P2: isolierte Singularitäten, Klassifikation, Residuen,
Konverganzradius Taylor-Reihe, Integrale über Residuensatz

H1: isolierte Singularitäten, Klassifikation, PBZ

H2: Berechnung von Laurent-Reihen
a) Potenzen von $z - z_0$ abspalten, Rest entwickeln
b) PBZ und dann entwickeln