

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3: Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Abbildung

$$T : \mathbb{C}^* \longrightarrow \mathbb{C}^*, \quad T(z) = \frac{z - 3i}{z + 3i}.$$

- a) Bestimmen Sie das Bild der imaginären Achse $i\mathbb{R}$ unter der Abbildung T .
- b) Welches sind die Bilder der Geraden

$$g_a := \{ z \in \mathbb{C}^* : \operatorname{Re}(z) = a \}, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

- c) Welches Bild erhält man für $H := \{ z \in \mathbb{C}^* : \operatorname{Re}(z) > 1 \}$?

Aufgabe 2: Gegeben seien die beiden Kreise

$$K_1 : |z + 5| = 3 \text{ und } K_2 : |z - 5| = 3$$

in der komplexen Ebene. Zur Lösung eines Potentialproblems (vgl. Folie 52ff sowie 85ff Vorlesung) sollen die beiden Kreise K_1 und K_2 auf konzentrische Kreise um Null abgebildet werden. Der kleinere der beiden Bildkreise soll den Radius 1 haben.

Geben Sie eine Möbius-Transformation an, die das gewünschte leistet.

Hinweis: bestimmen Sie zwei Punkte z und z' , die symmetrisch zu beiden Kreisen K_1 und K_2 liegen und bilden Sie diese auf Null und ∞ ab.

Abgabetermine: 07.05.13 - 10.05.13