

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 2, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1)

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben für  $u(x, t)$ :

a)

$$\begin{aligned}u_t + \frac{1}{2} u_x &= 0, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= 2 \sin(x), & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}u_t + \frac{1}{2} u_x &= -4(u + 1), & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= 2 \sin(x), & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

#### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie eine Lösung  $u(x, y)$  der folgenden Differentialgleichung

$$xu_x + \frac{y}{2}u_y = u,$$

die die Bedingung  $u(1, y) = 1 + y^2$ ,  $y \in \mathbb{R}$  erfüllt.

#### Aufgabe 3: (Nur für die sehr schnellen Rechner)

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t + 3u \cdot u_x &= 0, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\u(x, 0) &= \begin{cases} 0 & \forall x \leq 0 \\ \frac{1}{3} & \forall x > 0 \end{cases}\end{aligned}$$

a) Stellen Sie das charakteristische Differentialgleichungssystem auf.

b) Sind die Charakteristiken Geraden?

c) Zeichnen Sie die Charakteristiken durch die Punkte

$$(x_k, 0) := (k, 0) \text{ für } k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

Geben Sie an welche Werte die Lösung entlang dieser Charakteristiken annimmt.

d) Können Sie mit Hilfe der Teile a)- c) die Werte von  $u(x, t)$  in den Punkten  $(-1, 2)$ ,  $(1, 2)$  und  $(3, 2)$  angeben?

Bearbeitung am 05.05.-09.05.2025