

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 6, Präsenzaufgaben

#### Aufgabe 1:

a) Gegeben sei die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t - 2u_{xx} &= \frac{1}{2}x \cos(t) && \text{für } x \in (0, 2), t > 0, \\u(x, 0) &= 20 \sin(2\pi x) + 24 \sin(4\pi x) + \frac{x}{2} && \text{für } x \in [0, 2], \\u(0, t) &= 0, \quad u(2, t) = 1 + \sin(t) && \text{für } t > 0.\end{aligned}$$

Überführen Sie die Aufgabe mittels einer geeigneten Homogenisierung der Randdaten in eine Anfangsrandwertaufgabe mit homogenen Randdaten.

b) Lösen Sie die folgende Anfangsrandwertaufgabe:

$$\begin{aligned}v_t - 2v_{xx} &= 0 && \text{für } x \in (0, 2), t > 0, \\v(x, 0) &= 20 \sin(2\pi x) + 24 \sin(4\pi x) && \text{für } x \in [0, 2], \\v(0, t) &= 0, \quad v(2, t) = 0 && \text{für } t > 0.\end{aligned}$$

c) Geben Sie die Lösung für die Anfangsrandwertaufgabe aus Teil a) an.

#### Aufgabe 2:

a) Berechnen Sie die Lösung der folgenden Anfangsrandwertaufgabe:

$$\begin{aligned}u_{tt} - u_{xx} &= 0 && x \in (0, \frac{\pi}{2}), t > 0, \\u(x, 0) &= \begin{cases} x & x \in [0, \frac{\pi}{4}], \\ \frac{\pi}{2} - x & x \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}], \end{cases} \\u_t(x, 0) &= 2 \sin(4x) && x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\u(0, t) = u(\frac{\pi}{2}, t) &= 0 && t > 0.\end{aligned}$$

b) Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} - 4u_{xx} &= e^{-t} \left(1 - \frac{x}{3}\right) & x \in (0, 3), t > 0, \\u(x, 0) &= 1 + 2 \sin(\pi x) & x \in [0, 3], \\u_t(x, 0) &= \frac{x}{3} & x \in [0, 3], \\u(0, t) &= e^{-t} & t > 0, \\u(3, t) &= 1 & t > 0.\end{aligned} \tag{1}$$

für  $u = u(x, t)$ . Welche Anfangswertaufgabe erhält man nach geeigneter Homogenisierung der Randdaten?

**Bearbeitung: 01.07.- 05.07.2024**