

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie eine Lösung der folgenden Aufgabe

$$\begin{aligned}\Delta v &= 0 \quad \text{für } 0 \leq x^2 + y^2 < 9, \\ v(x, y) &= \frac{x}{9}(x - y) \quad \text{auf } x^2 + y^2 = 9.\end{aligned}$$

Hinweise:

- Verwenden Sie Polarkoordinaten und einen geeigneten Produktansatz.
- $\cos(2\phi) = 2\cos^2(\phi) - 1$, $\sin(2\phi) = 2\sin(\phi)\cos(\phi)$.

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Dirichletprobleme

a)

$$\begin{aligned}\Delta v &= 0 && \text{auf } (0, 2) \times (0, 1), \\ v(x, 0) &= \sin(\pi x), && x \in (0, 2), \\ v(x, 1) &= 0, && x \in (0, 2), \\ v(0, y) &= 0, && y \in (0, 1) \\ v(2, y) &= 0, && y \in (0, 1).\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\Delta w &= 0 && \text{auf } (0, 2) \times (0, 1), \\ w(x, 0) &= 0, && x \in (0, 2), \\ w(x, 1) &= -5\sin(2\pi x), && x \in (0, 2), \\ w(0, y) &= 0, && y \in (0, 1) \\ w(2, y) &= 0, && y \in (0, 1).\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\Delta u &= 0 && \text{auf } (0, 2) \times (0, 1), \\ u(x, 0) &= 6\sin(\pi x), && x \in (0, 2), \\ u(x, 1) &= 5\sin(2\pi x), && x \in (0, 2), \\ u(0, y) &= 0, && y \in (0, 1) \\ u(2, y) &= 0, && y \in (0, 1).\end{aligned}$$