

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: (Alte Klausuraufgabe, 6 Punkte)

Gegeben ist die Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t + 4t u_x &= 3, & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\u(x, 0) &= \sin(2x) & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

- Stellen Sie zunächst die charakteristischen Differentialgleichungen auf und lösen Sie diese.
- Berechnen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$.

Aufgabe 2: (Für die ganz schnellen Studierenden)

Lösen Sie das Cauchy–Problem

$$\begin{aligned}u_t - 4e^{-x}u_x &= 1 & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\u(x, 0) &= x & x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Aufgabe 3: (Alte Klausuraufgabe, 5 Punkte)

Gegeben sind die folgenden Differentialgleichungen für $u(x, t)$, $u : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

- $u_t + 3u^3 u_x = 0$,
- $u_t + 3x u_x = 0$,
- $u_t + 3u_x = 1$.

versehen mit der Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

wobei $u_0 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine monoton steigende und stetig differenzierbare Funktion sei.

Für welche der Differentialgleichungen A), B), C) gelten für die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe die folgenden Aussagen i) und oder ii)?

- Die Lösung ist konstant entlang der Charakteristiken?
- die Charakteristiken sind Geraden?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Bearbeitungstermine: 24.04.23 - 28.04.23