

## Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 7, Hausaufgaben

#### Aufgabe 1: (Anschlagen einer Saite)

Lösen Sie die Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} &= c^2 u_{xx} && \text{für } 0 < x < 1, t > 0, \\u(0, t) &= u(1, t) = 0 && \text{für } t > 0, \\u(x, 0) &= 0 && \text{für } 0 < x < 1, \\u_t(x, 0) &= \begin{cases} 1, & \frac{1}{20} \leq x \leq \frac{1}{10}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}\end{aligned}$$

mit Hilfe eines geeigneten Produktansatzes.

Als Lösung erhalten Sie eine Fourierreihe. Plotten Sie die Partialsummen der ersten 20 nicht verschwindenden Summanden dieser Reihe für  $c = 2$ ,  $x \in [0, 1]$  und  $t \in [0, 0.4]$  bzw.  $t \in [0, 2]$ .

#### Aufgabe 2:

Gesucht ist eine Näherung für die Lösung des folgenden Problems

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} && x \in (0, 2\pi), t > 0, \\u(x, 0) &= \begin{cases} x & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \pi - x & \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \\ x - 2\pi & \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi \end{cases} \\u_t(x, 0) &= 0 && x \in (0, 2\pi) \\u(0, t) &= u(2\pi, t) = 0 && t > 0\end{aligned}$$

Skizzieren Sie die  $2\pi$  periodische Fortsetzung der Anfangsdaten für  $x \in [-2\pi, 4\pi]$ .

Bestimmen Sie eine Näherung  $\tilde{u}$  für die Lösung  $u$  der Aufgabe indem Sie die auftretenden Fourier-Reihen nach dem dritten Term abbrechen. Prüfen Sie nach, welche Rand- bzw. Anfangsbedingungen bereits durch diese Näherungslösung erfüllt wird.

**Bearbeitung: 11.07.-15.07.2022**