

Differentialgleichungen II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Leiten Sie die Greensche Funktion für eine Kugel mit Radius R um den Ursprung her.

b) Seien

\bar{x} = Spiegelung von $x = (x_1, x_2)$ an der x_1 -Achse,

\hat{x} = Spiegelung von x an der x_2 -Achse,

\tilde{x} = Spiegelung von x am Nullpunkt.

Zeigen Sie, dass die Greensche Funktion für den Quadranten $x_1 > 0, x_2 > 0$ mit Hilfe der Korrekturfunktion

$$\Phi^x(y) := \Phi(y - \bar{x}) + \Phi(y - \hat{x}) - \Phi(y - \tilde{x})$$

konstruiert werden kann.

Aufgabe 2) Bestimmen Sie mit Hilfe geeigneter Produktansätze die Lösungen folgender Aufgaben.

a)

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x, 0) &= \sin(x) + 2 \cos(2x) & x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} u_t - u_{xx} &= 0 & 0 < x < \pi, t \in \mathbb{R}^+, \\ u(x, 0) &= \frac{\sin(2x)}{2} + \frac{\sin(4x)}{4} & 0 < x < \pi \\ u(\pi, t) &= u(0, t) = 0 & t > 0. \end{aligned}$$

Abgabetermine: 13.06.-17.06.2022